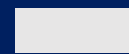


DRAFT 1

MODUL
BILANGAN BEMUATAN
LITERASI FINANSIAL



MODUL 1 : ELEMEN BILANGAN TINGKAT SEKOLAH MENENGAH PERTAMA

1.1. Pengantar

Dalam penggunaan sehari-hari, bilangan dan angka seringkali dianggap sebagai dua hal yang sama. Sebenarnya, angka dan bilangan mempunyai pengertian yang berbeda. Bilangan adalah suatu konsep matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran. Simbol atau lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai angka atau lambang bilangan. Contohnya bilangan lima dapat dilambangkan dengan angka 5 maupun menggunakan angka romawi V. Lambang “5” dan “V” yang digunakan untuk melambangkan bilangan lima disebut sebagai angka. Jadi, sebenarnya benda apakah yang biasa kita sebut dengan bilangan itu ? Setiap bilangan, misalnya bilangan yang kita lambangkan dengan angka 1 sesungguhnya adalah konsep abstrak yang tidak bisa tertangkap oleh indra manusia, tetapi bersifat universal. Misalnya, tulisan atau ketikan 1, yang anda lihat di kertas dan sedang anda baca saat ini bukanlah bilangan 1, melainkan hanya lambang dari bilangan satu yang tertangkap oleh indera penglihatan anda berkat adanya pantulan cahaya dari kertas ke mata anda. Demikian pula bila anda melihat lambang yang sama di papan tulis, yang anda lihat bukanlah bilangan 1, melainkan tinta dari spidol yang membentuk lambang dari bilangan 1.

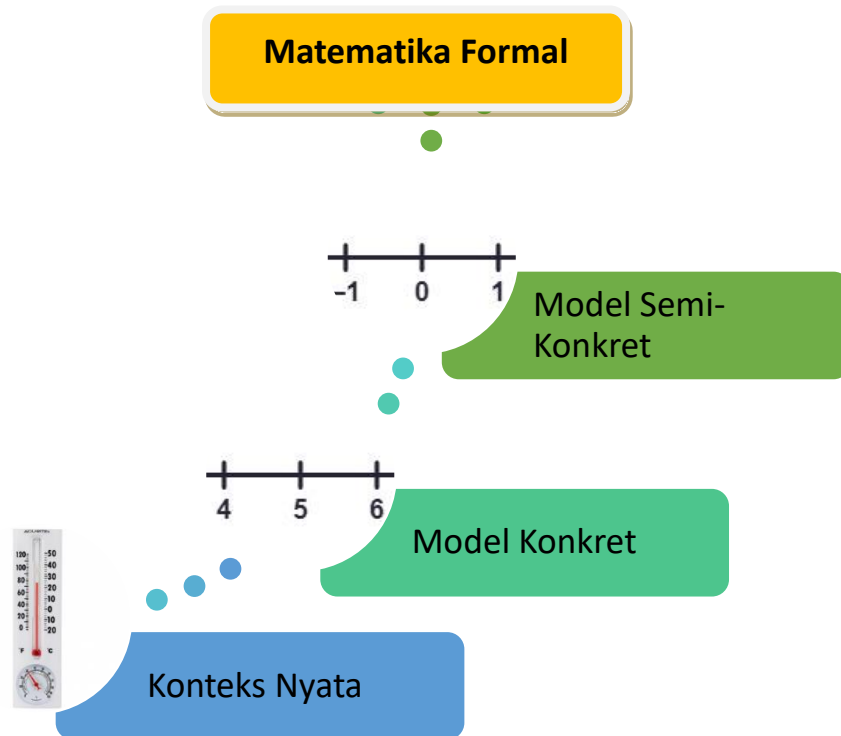
Materi yang akan dipelajari dalam Modul ini antara lain bilangan operasi bilangan bulat dan rasional. Modul ini menyajikan representasi bilangan bulat menggunakan beberapa model berdasarkan kajian teori. Selanjutnya, dikenalkan sifat-sifat operasi dan operasi pada bilangan bulat. Berdasarkan teori-teori pada bilangan bulat dikenalkan definisi bilangan rasional yang disertai dengan pembahasan sifat-sifat operasi dan operasi pada bilangan rasional. Teori disampaikan dengan menggunakan contoh praktis penggunaan konteks yang bermuatan literasi finansial pada bilangan bulat dan rasional. Hal ini sesuai dengan capaian pembelajaran Fase D pada Elemen Bilangan : *“Di akhir fase D, peserta didik dapat membaca, menulis, dan membandingkan bilangan bulat, bilangan rasional dan irasional, bilangan desimal, bilangan berpangkat bulat dan akar, bilangan dalam notasi ilmiah. Mereka dapat menerapkan operasi aritmetika pada bilangan real, dan memberikan estimasi/perkiraan dalam menyelesaikan masalah (termasuk berkaitan dengan literasi finansial)...”*.

Capaian yang diperoleh setelah mempelajari modul ini, antara lain :

1. Guru dapat menjelaskan definisi bilangan bulat dan rasional, menjelaskan operasi dan sifat-sifat pada bilangan bulat dan rasional.
2. Guru mampu mendesain pembelajaran dengan menggunakan representasi model pada bilangan bulat dan rasional melalui konteks yang bermuatan literasi finansial.
3. Guru dapat menganalisis kesalahan konsep yang dilakukan oleh siswa dalam memahami konsep bilangan bulat dan rasional.

1.2. Pembelajaran Operasi Hitung Pada Bilangan Bulat dan Rasional

Mengenalkan konsep operasi hitung pada bilangan bulat dan rasional dapat dilakukan melalui tahap penggunaan konteks nyata, tahap pemodelan konsep konkret, tahap pemodelan semi konkret (semi abstrak), dan tahap konsep formal (Hadi, 2017; Prahmana et al., 2020; Nenden, 2019; Putri, et al, 2020; Nuraida, 2020; Sari, 2020). Gambar 1 alur proses pembelajaran konsep bilangan bulat.



Gambar 1. Alur proses pembelajaran konsep bilangan bulat

Banyak penelitian menunjukkan kesulitan siswa pada materi bilangan di tingkat sekolah. Kesulitan yang ditemukan terutama pada bilangan bulat yang bernilai kurang dari nol (Geraldo, 2002) atau bilangan negatif (Nenden, 2019). Bilangan bulat menjadi tantangan karena pertama kalinya siswa merepresentasikan kuantitas bilangan yang tidak ada secara fisik yaitu pemahaman abstrak tentang bilangan negative (Wessman-Enzingcu, 2008; Stafard, 1991). Selain itu, operasi bilangan bulat memberikan siswa tantangan yang berkaitan dengan notasi simbolik dari “+” dan “-” (Lewis, 2020). Sebagai contoh, satu tanda “-” memiliki dua arti, yaitu unary operator (i.e negative) dan biner operator (i.e subtraction) (i.e $4 - (-2)$) (Vlassis, 2002). Konsep abstrak bilangan negative dapat dipahami dari perspektif operasi, misalnya number -5 difahami dengan menghitung mundur sebanyak 5 dalam garis bilangan (Stafard, 1991).

1.3. Konteks Bermuatan Literasi Finansial pada Pembelajaran Bilangan Bulat

Penggunaan konteks dalam pembelajaran matematika berkaitan dengan fungsi matematika sebagai alat konseptual untuk mengonstruksi dan merekonstruksi materi, mengasah, dan melatih kecakapan berpikir yang dibutuhkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan (Kur, 2020). Mata Pelajaran Matematika membekali peserta didik tentang cara berpikir, bernalar, dan berlogika melalui aktivitas mental tertentu yang membentuk alur berpikir berkesinambungan dan berujung pada pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, relasi, masalah, dan solusi matematis tertentu yang bersifat formal-universal).

Sejalan dengan konsep fungsi matematika, dalam studi PISA aspek konteks dimaknai sebagai real world context categories (kategori dalam konteks dunia nyata). Lebih lanjut, Fungsi masalah konteks dalam sudut pandang realistik adalah (Trefers and Goffree, 1985):

1. Pembentukan konsep: memungkinkan siswa memiliki akses alami dan memotivasi ke matematika.
2. Pembentukan model: menyediakan pegangan yang kuat untuk mempelajari operasi formal, prosedur, notasi, aturan, dan mereka melakukannya bersama dengan model lain yang memiliki fungsi penting sebagai pendukung pemikiran.
3. Penerapan: mengungkap realitas sebagai sumber dan domain aplikasi
4. Latihan kemampuan khusus dalam situasi terapan

Sementara itu, pembelajaran matematika yang bermuatan literasi finansial dapat menggunakan konteks pada Framework Literasi Finansial yang diterbitkan oleh PISA. Konteks menggambarkan situasi pribadi hingga global di mana knowledge, skills and understandings dari literasi finansial digunakan. OECD (2019) menegaskan sebuah keputusan terkait masalah keuangan seringkali tergantung pada konteks atau situasi di mana mereka disajikan. Konteks yang digunakan dalam penilaian PISA berfungsi sebagai media bagi permasalahan yang dapat memungkinkan untuk menghubungkan peran individu yang berbeda dalam kehidupan nyata di sekitar mereka. Konteks yang diidentifikasi untuk literasi keuangan PISA adalah antara lain education and work, home and family, individual, dan societal.

Penerapan literasi finansial dalam mata pelajaran matematika menggunakan model PjBL terbagi dalam sembilan unit seperti pada tabel 1.

Tabel 1. Rumusan Konten Literasi Finansial dan Standar Kompetensi pada Mata Pelajaran Matematika elemen Bilangan Fase D

Materi	KODE	ATP
Operasi Bilangan Real	B.1.	Membaca, menuliskan, dan membandingkan bilangan bulat positif dan negatif serta menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan konteks keuangan individu.
	B.2.	Membaca, menuliskan, dan membandingkan bilangan pecahan dan

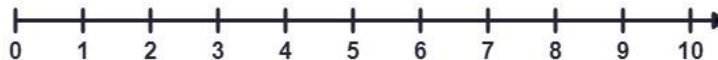
Materi	KODE	ATP
		persen serta menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan konteks keuangan individu dalam konteks keseharian menggunakan operasional hitung (penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian)
Aritmatika Sosial	B.4.	Menyelesaikan permasalahan berbagai konteks keuangan individu yang menggunakan konsep aritmatika sosial (penjualan, pembelian, diskon, dan pajak)
	B.5.	Menggali konsep dan menyelesaikan permasalahan berbagai konteks keuangan individu yang berkaitan dengan konsep aritmatika sosial dalam konteks jual beli dengan keuntungan dan kerugian
	B.6	Menggali konsep dan menyelesaikan permasalahan berbagai konteks keuangan individu yang berkaitan dengan konsep aritmatika sosial dalam konteks jual beli dengan pinjaman (kredit) dan tabungan yang digunakan dalam keseharian murid.

Unit	Konten Finansial	Konten Matematika
1.	Gaji dan Pendapatan	<ul style="list-style-type: none"> ■ Operasi hitung bilangan bulat dan pecahan ■ Aritmetika sosial (penjualan, pembelian, potongan, keuntungan, kerugian, bunga tunggal, persentase, bruto, neto, tara)
2.	Perencanaan keuangan	Aritmetika sosial (penjualan, pembelian, potongan, keuntungan, kerugian, bunga tunggal, persentase, bruto, neto, tara)
3.	Asuransi	<ul style="list-style-type: none"> ■ Bilangan berpangkat bulat positif dan negatif ■ Operasi hitung bilangan bulat dan pecahan
4.	Simpanan dan investasi	<ul style="list-style-type: none"> ■ Bilangan berpangkat bulat positif dan negatif ■ Operasi hitung bilangan bulat dan pecahan
5.	Kredit personal	<ul style="list-style-type: none"> ■ Bilangan berpangkat bulat positif dan negatif ■ Operasi hitung bilangan bulat dan pecahan

2.1. Definisi dan Sifat Bilangan Bulat

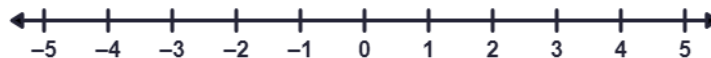
Pembahasan bilangan bulat atau integer berkaitan dengan pengetahuan pada bilangan asli atau natural number. Sehingga, pembahasan akan diawali tentang bagaimana operasi bilangan asli dapat membentuk bilangan bulat. Kita ketahui bersama bahwa operasi penjumlahan bilangan asli akan menghasilkan bilangan asli, contoh $3 + 5 = 8$, dimana 3, 5, dan 8 merupakan anggota himpunan bilangan asli. Jika kita sajikan dalam bentuk umum, akan diperoleh $a + b = \dots$ maka akan dihasilkan sebuah bilangan asli pula, selanjutnya disebut c, sehingga persamaan menjadi $a + b = c$ dimana a, b, dan c bilangan asli. Namun, ditemukan fakta berbeda ketika disajikan persamaan berbentuk $a + \dots = c$, dengan a dan c bilangan asli. Untuk melengkapi persamaan tersebut, tidak selalu dilengkapi oleh bilangan asli. Sebagai contoh $3 + \dots = 8$, tentu dengan menggunakan jari kita dapat menemukan 5 untuk melengkapi persamaan. Selanjutnya jika diberikan $8 + \dots = 3$, bagaimanakah menyelesaikan bentuk persamaan tersebut sehingga bernilai benar?. Tentunya tidak bisa hanya menggunakan domain bilangan asli, kita harus memperluas domain bilangan yang digunakan.

Selanjutnya, domain bilangan yang lebih luas dari bilangan asli yaitu bilangan cacah (whole number), jika disajikan dalam garis bilangan seperti gambar berikut 1. Tanda panah ke arah kanan menunjukkan masih terdapat bilangan-bilangan lain untuk selanjutnya disebut sebagai bilangan positif.



Gambar 1. Garis Bilangan untuk Bilangan Cacah

Bagaimanakah jika persamaan berbentuk $8 + \dots = 0$? Apakah domain bilangan asli atau cacah dapat menyelesaikan permasalahan tersebut?. Para ahli matematika memperluas domain bilangan cacah ke arah sebelah kiri yang bernilai negative seperti gambar 2. Untuk selanjutnya disebut bilangan bulat (integer).



Gambar 2. Garis Bilangan untuk Bilangan Bulat.

Secara umum, dapat disimpulkan bahwa bilangan bulat terdiri dari :

Bilangan bertanda negative yang selanjutnya disebut bilangan bulat negatif	Bilangan 0 (nol)	Bilangan bertanda positif yang selanjutnya disebut bilangan bulat positif
--	------------------	---

Bilangan bulat tidak hanya pada tataran teori formal matematika, namun memiliki peran yang sangat besar dalam aktivitas manusia (human activity). Tentunya beberapa pernyataan berikut sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari :

1. Kerugian sebesar 1000 rupiah
2. Keuntungan sebesar 1500 rupiah
3. Penurunan nilai tukar rupiah sebesar 3 poin
4. Penurunan harga sebesar 125 rupiah
5. Suhu tubuh 37 derajat
6. 120 mdpl diatas permukaan laut

Pernyataan di atas merupakan bentuk aplikasi dari bilangan bulat positif dan negative dalam kehidupan sehari-hari. Kerugian 1000 rupiah dinyatakan dengan -1000; keuntungan 1500 rupiah dinyatakan dengan 1500, Penurunan nilai tukar rupiah sebesar 3 poin dinyatakan dengan -3; penurunan harga sebesar 125 dinyatakan dengan -125, 37 derajat dinyatakan dengan 37; dan 120 mdpl dinyatakan dengan 120. Sehingga perluasan bilangan asli menjadi bilangan bulat tidak hanya memenuhi persamaan $3 + \dots = 8$ atau $8 + \dots = 0$, akan tetapi memenuhi kebutuhan dalam menyajikan informasi atau proses perhitungan dalam aktivitas manusia. Sebagai contoh aktivitas pemasaran, perdagangan, industri, Kesehatan, iptek, dan lain sebagainya.

Banyak penelitian menunjukkan kesulitan siswa pada materi bilangan di tingkat sekolah. Kesulitan yang ditemukan terutama pada bilangan bulat yang bernilai kurang dari nol (Geraldo, 2002) atau bilangan negatif (Nenden, 2019). Bilangan bulat menjadi tantangan karena pertama kalinya siswa merepresentasikan kuantitas bilangan yang tidak ada secara fisik yaitu pemahaman abstrak tentang bilangan negative (Wessman-Enzingcu, 2008; Stafard, 1991). Selain itu, operasi bilangan bulat memberikan siswa tantangan yang berkaitan dengan notasi simbolik dari "+" dan "-" (Lewis, 2020). Sebagai contoh, satu tanda "-" memiliki dua arti, yaitu unary operator (i.e negative) dan biner operator (i.e subtraction) (i.e $4 - (-2)$) (Vlassis, 2002). Konsep abstrak bilangan negative dapat dipahami dari perspektif operasi, misalnya number -5 difahami dengan menghitung mundur sebanyak 5 dalam garis bilangan (Stafard, 1991).

2.2.1. Sifat-sifat Bilangan Bulat

b. Sifat Penjumlahan Bilangan Bulat

Misalkan a, b, dan c masing-masing merupakan bilangan bulat.

1. Sifat ketertutupan penjumlahan bilangan bulat

$$a + b = c ; \forall a, b, c \in Z$$

2. Sifat komutatif penjumlahan bilangan bulat

$$a + b = b + a; \forall a, b \in Z$$

3. Sifat asosiatif penjumlahan bilangan bulat

$$(a + b) + c = a + (b + c); \forall a, b \in Z$$

4. Sifat identitas penjumlahan bilangan bulat

Terdapat elemen 0 di Z sedemikian sehingga $0 + a = a + 0; \forall a \in Z$

5. Sifat invers jumlah penjumlahan bilangan bulat

Untuk setiap $a \in Z$ terdapat elemen $-a \in Z$, sedemikian sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$, (keberadaan elemen negative).

c. Sifat Perkalian Bilangan Bulat

Misalkan a, b , dan c masing-masing merupakan bilangan bulat.

1. Sifat ketertutupan perkalian bilangan bulat

$$a \times b = c; \forall a, b, c \in Z$$

2. Sifat komutatif perkalian bilangan bulat

$$a \times b = b \times a; \forall a, b \in Z$$

3. Sifat asosiatif penjumlahan bilangan bulat

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c); \forall a, b \in Z$$

4. Sifat identitas penjumlahan bilangan bulat

Terdapat elemen 1 di Z sedemikian sehingga $1 \times a = a \times 1 = a; \forall a \in Z$

5. Sifat invers jumlah penjumlahan bilangan bulat

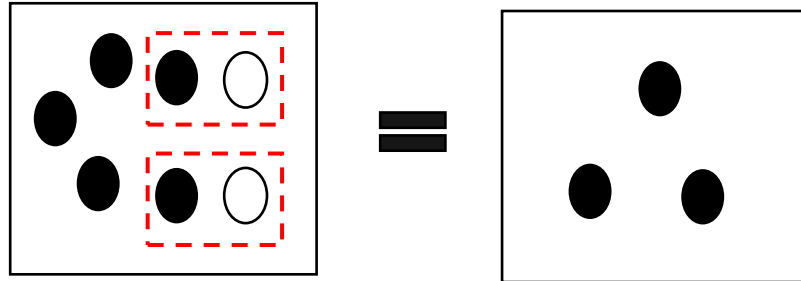
Untuk setiap $a \in Z$ terdapat elemen $\frac{1}{a} \in Z$, sedemikian sehingga $\frac{1}{a} \times a = a \times \frac{1}{a} = 1$ (keberadaan elemen kebalikan).

2.2.2. Model Bilangan Bulat dalam Pembelajaran Matematika

a. A Cancellation Model

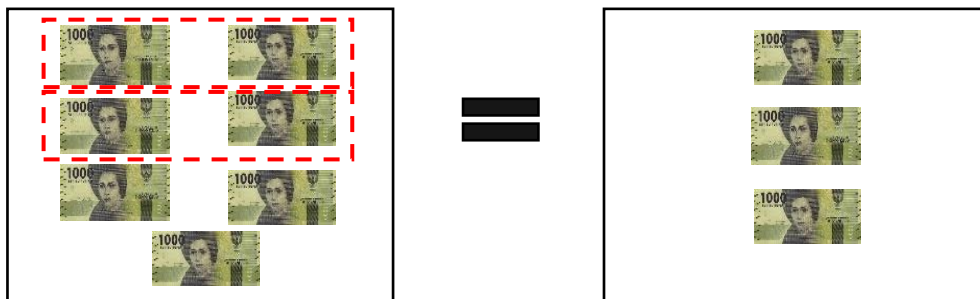
Model ini dikenal dengan beberapa istilah, antara lain counterbalance (Wessmann-Enzinger&Mooney, 2016; Batista, 1983; Liebeck; 1990; Stephan&Akyuz; 2012), neutralization (Stephan&Akyuz, 2012), atau opposing object model (...). A cancellation model dilakukan dengan prinsip memberikan kuantitas pada bilangan dengan nilai positif (+) dan negative (-). Satu penanda positif dan satu penanda negative akan bernilai 0 atau netral (Lewis, 2020). Konteks yang digunakan dapat berupa keping berwarna (Lewis, 2020; Batista, 1983), objek yang berlabel (Nurnberger-Haag, 2018; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2016). Sebagai contoh, keping warna hitam menunjukkan bilangan negative dan keping warna putih menunjukkan bilangan positif. Bilangan 1 dapat direpresentasikan dengan satu keping

berwarna putih, dan bilangan -1 dapat direpresentasikan dengan satu keping warna hitam. Selanjutnya, satu keping warna putih dan satu keping warna hitam dapat saling menghapus sehingga bernilai 0 (i.e $1+(-1) = 0$). For instance, 5 hitam dan 2 putih is the same as 3 hitam or bernilai 3 seperti gambar 3.



Gambar 3. Model Negatif 3 Menggunakan Cancellation Model

Selanjutnya, konteks finansial dapat menggunakan a cancellation model seperti debit dan kredit dari sejumlah uang di bank. Seseorang memiliki uang senilai Rp.2.000,00 sebagai keping putih atau debit (+) dan harus mengeluarkan uang sebesar Rp.5.000,00 sebagai keping hitam atau kredit (-). Maka akan menghasilkan Rp.3000,00 keping hitam atau kredit (-), direpresentasikan pada gambar 4.

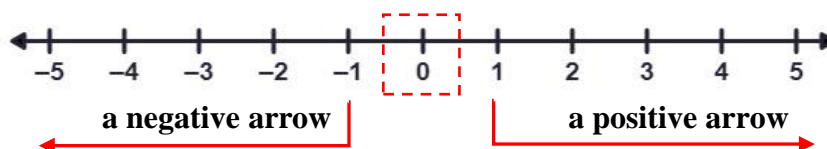


Gambar 4. A Model of Financial context Using a Cancellation Model

Meskipun model model ini terhubung dengan pemahaman intuitif siswa tentang bilangan negative yang dapat dihitung, namun siswa menemukan beberapa siswa kesulitan menemukan pasangan untuk menghasilkan netral (0) (Wessman-Enzinger, 2019).

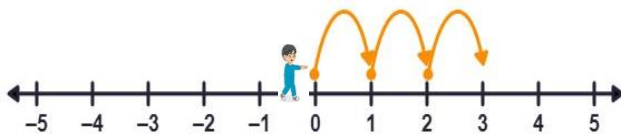
b. Numberline Model (Model Pengukuran)

Cara kedua dalam merepresentasikan bilangan bulat dapat dilakukan dengan menggunakan garis bilangan. Model ini memiliki keunggulan dalam memodelkan operasi bilangan bulat (Liebeck, 1990) seperti gambar 5.



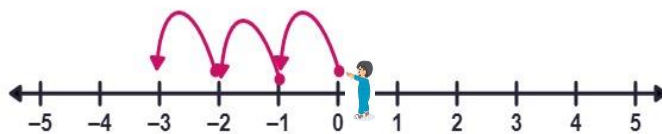
Gambar 5. Numberline Model

Bilangan-bilangan bulat direpresentasikan secara simetris yang menunjukkan jarak dari titik 0 ke kiri dan ke kanan. Bilangan bulat bergerak ke kiri menuju bilangan yang bernilai lebih kecil atau negative dan bergerak ke kanan menuju ke bilangan yang bernilai yang lebih besar atau positif. Panah garis bilangan menunjukkan arah (tanda) (Stafard, 2017; Lewis, 2020). Sebagai contoh, bilangan positif 3 dapat dimodelkan seperti gambar 6 dan bilangan negative 3 dimodelkan seperti gambar 7.



Gambar 6. A Model of Positif 3 Using Numberline Model

1. Posisi awal harus berada pada titik nol
2. Bilangan yang bertanda positif (i.e 3), maka bagian wajah harus menghadap ke bilangan positif atau ke arah kanan dan kemudian melangkah sebanyak bilangan tersebut (i.e 3 langkah ke kanan).

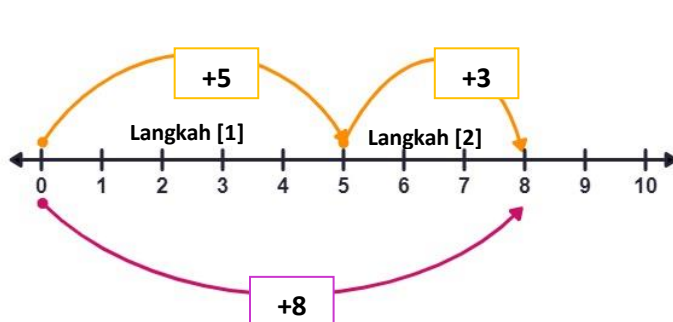


Gambar 7. A Model of Negative 3 Using Numberline Model

1. Posisi awal harus berada pada titik nol
2. Bilangan yang bertanda negative (i.e -3), maka bagian wajah harus menghadap ke bilangan negative atau ke arah kiri dan kemudian melangkah sebanyak bilangan tersebut (i.e 3 langkah ke kiri).

Melalui arah panah pada setiap lompatan, siswa dapat menghitung kuantitas bilangan sebagai jarak yang terarah. Prinsip operasi hitung dengan menggunakan bilangan bulat menggunakan istilah maju dan mundur, maju diartikan sebagai tambah (+), sedangkan jika model mundur diartikan sebagai kurang (-). Pergerakan maju dan mundur model bergantung dari bilangan penambahan dan pengurangannya.

Menjumlahkan Dua Bilangan yang Sama Tanda



$5 + 3 = 8$

Langkah-langkah mengoperasikan :

- [1] Mulai dari 0, geser 5 langkah ke arah positif.
- [2] Lanjutkan dengan geser 3 langkah ke arah positif

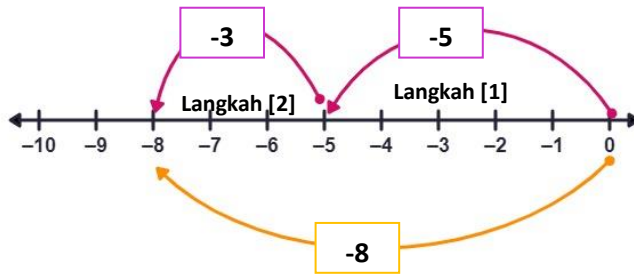
Jadi, jumlah langkah pergeseran adalah 8 ke arah kanan atau +8.

$$-5 + (-3) = -8$$

Langkah-langkah mengoperasikan :

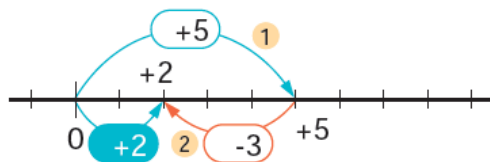
- [1] Mulai dari 0, geser 5 langkah ke arah negatif
- [2] Lanjutkan dengan geser 3 langkah ke arah negatif

Jadi, jumlah langkah pergeseran adalah 8 ke arah negative atau -8.



Menjumlahkan Dua Bilangan yang Berbeda Tanda

$$(+5) + (-3)$$



Langkah-langkah mengoperasikan :

- [1] Mulai dari 0, geser 5 langkah ke arah negative
- [2] Lanjutkan dengan geser 3 langkah ke arah negative

Jadi, jumlah langkah pergeseran adalah +2.

$$(+5) + (-3) = +2$$

Beberapa peneliti berpendapat model garis bilangan tidak tidak efektif untuk mempelajari operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat (Boffering, 2014), terutama permasalahan dengan tanda yang berbeda (Lewis, 2020). Namun, model garis bilangan dapat membantu siswa dalam mengeksplorasi letak nilai positif dan negative dari bilangan pecahan atau desimal diantara bilangan bulat. Namun, untuk operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan yang berbentuk pecahan atau desimal, tidak dapat dimodelkan dengan baik dengan menggunakan garis bilangan, dimana dapat dihitung secara langsung, misalnya $-1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{6}$ (Van de Walle, 2018).

2.2.3. Pengenalan Matematika Formal Pada Bilangan Bulat

Penggunaan model memiliki keterbatasan ketika melakukan operasi hitung pada bilangan bulat. Keterbatasan ini dikarenakan tidak dapat menjangkau bilangan-bilangan yang bernilai besar. Oleh karena itu, proses pemodelan pada bilangan yang bernilai kecil diharapkan dapat diterapkan pada bilangan yang bernilai lebih besar.

1. Mengurutkan Bilangan Bulat
2. Penjumlahan Bilangan Bulat
3. Pengurangan Bilangan Bulat
4. Perkalian Bilangan Bulat
5. Pembagian Bilangan Bulat

2.2. Contoh Desain Aktivitas Pembelajaran Bilangan Bulat Bermuatan Literasi Finansial

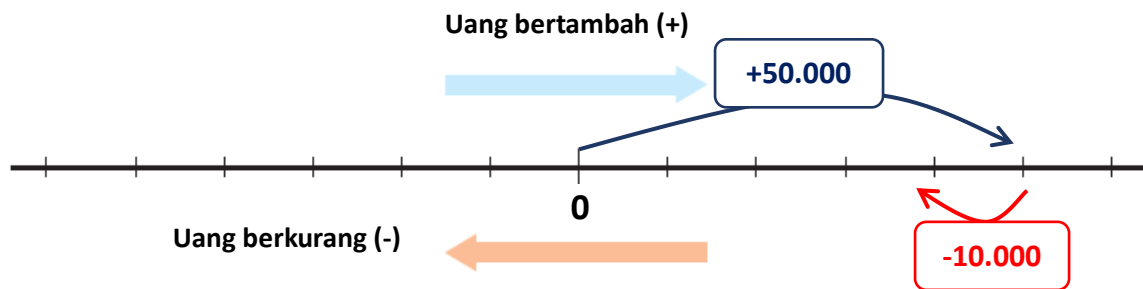
2..3.1 Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

1. Aktivitas Menu Warung

MENU WARUNG	
DANCOW OREO	Rp. 10.000
MILO OREO	Rp. 9000
ENERGEN OREO	Rp. 9000
SUSU OREO	Rp. 7000
POP ICE OREO	Rp. 7000
ES DANCOW	Rp. 7000
ES GOOD DAY	Rp. 6000
ES MILO	Rp. 6000
ES CHOCOLATOS	Rp. 6000
ES CAPPUCINO	Rp. 6000
ES CREAMY LATTE	Rp. 6000
ES MAX TEA TARIK	Rp. 6000
ES POP ICE	Rp. 5000
ES NUTRI SARI	Rp. 5000
ES TEH MANIS	Rp. 3000
POP MIJE SEDUH	Rp. 7000

Misalkan kalian memiliki uang pecahan Rp. 20.000,00, lalu kalian membeli Dancow Oreo Rp. 10.000,00. Sehingga kalian akan menerima kembalian sebesar Rp. 10.000,00. Untuk mendapatkan kembalian, kalian dapat menggunakan operasi pengurangan.

Proses penjumlahan dan pengurangan dapat diilustrasikan dengan garis bilangan berikut.



2. Aktivitas Kurs Mata Uang



Tau kah kalian bahwa setiap negara memiliki mata uang yang berbeda, dan saling mempengaruhi. Jadi, jika kita memiliki Rp.5.000,00 di Indonesia belum tentu nilainya sama di negara lain. Perbedaan ini diebut sebagai *kurs mata uang*, dimana antara mata uang satu dengan lainnya memiliki kurs yang berbeda dan nilainya fluktuatif setiap hari. Gambar disamping merupakan 9 mata nilai tukar mata uang Indonesia (Rupiah) dengan beberapa negara.

Jika berdasarkan kurs nilai tukar dengan Rupiah, setujukan kalian dengan pernyataan berikut :

- Kuwait merupakan negara tujuan untuk bekerja.
- Eropa dan Amerika dapat menjadi alternatif untuk berlibur

Jika kalian tidak setuju, pilihkan negara tujuan kalian jika akan berlibur atau bekerja dengan alasan yang kuat.

1 Membuat urutan nilai terkecil sampai terbesar

2 Fahami dan pilih setuju/tidak setuju

Pada dua pernyataan berikut, apakah kalian setuju? Kalian dapat melingkari pada kolom : Setuju/tidak setuju

Kuwait merupakan negara tujuan untuk bekerja.	Setuju/tidak setuju
Eropa dan Amerika dapat menjadi alternatif untuk berlibur	Setuju/tidak setuju

3 Analisis jawaban

Jelaskan jawabanmu pada no 2, mengapa setuju atau mengapa tidak setuju. Jika tidak setuju, sebutkan negara tujuanmu bekerja dan negara berlibur

2..3.2 Perkalian dan Pembagian Bilangan Bulat

Identik dengan pembahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat (prememory).

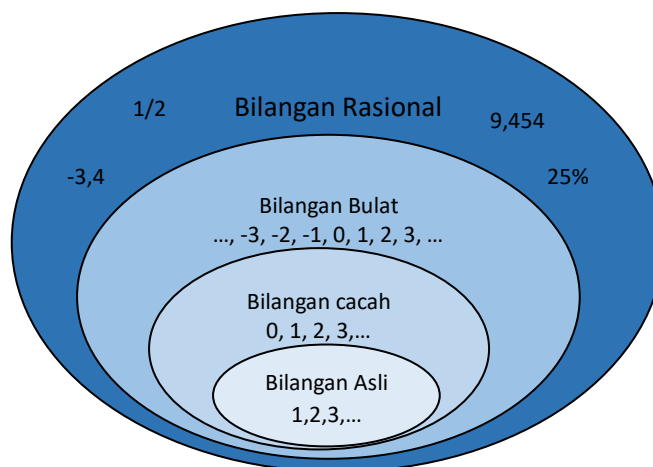
2.3. Permasalahan dalam Pembelajaran Bilangan Bulat

3.1 Definisi dan Sifat-sifat Bilangan Rasional

3.1.1. Definisi Bilangan Rasional

Perkembangan kebutuhan manusia menyebabkan bilangan bulat saja tidak cukup. Keperluan akan adanya selain bilangan bulat muncul pada awal sejarah peradaban manusia ketika kehidupan sosial budaya menjadi lebih luas dan intensif. Aktivitas manusia yang belum terpenuhi hanya dengan bilangan bulat antara lain aktivitas yang menyatakan berapa bagian yang sama dari keseluruhan, banyaknya berapa benda dari sejumlah benda, menghitung pajak, menghitung besaran bunga, menghitung nilai tukar mata uang, dan lainnya. Aktivitas manusia tersebut membutuhkan bilangan-bilangan antara 0 dan 1, 1 dan 2, 2 dan 3, serta lainnya.

Secara matematika formal, keperluan bilangan selain bilangan bulat yaitu ketika dihadapkan pada persamaan $3x+10 = 5$. Untuk membuat persamaan tersebut bernilai benar, tidak dapat menggunakan bilangan bulat. Oleh karena itu, himpunan bilangan bulat diperluas menjadi himpunan bilangan rasional sehingga persamaan tersebut mempunyai penyelesaian. Matematikawan bersepakat diperlukan sebuah bilangan yang berbentuk $\frac{a}{b}$ untuk selanjutnya dinamakan bilangan rasional. Bilangan rasional adalah bilangan yang dinyatakan dengan $\frac{a}{b}$ dengan a, b adalah bilangan bulat dan $b \neq 0$ atau secara formal matematis ditulis dengan lambang Q . Sehingga $Q = \frac{a}{b}$; a dan b bilangan bulat dan $b \neq 0$. Gambar berikut dapat mempermudah dalam memahami keterkaitan antara bilangan asli, bilangan cacah, bilangan bulat, dan bilangan rasional.



Gambar. Himpunan Bilangan Rasional dan Himpunan Bagaian Bilangan Rasional

Bilangan rasional diklasifikasikan menjadi dua macam: integers dan pecahan. Integers adalah bilangan rasional di mana besar dari q adalah 1; $p/q, |q|=1$. Selanjutnya, pecahan diklasifikasikan menjadi 3, yaitu pecahan murni (proper fraction), pecahan tidak murni (improper fraction), dan pecahan campuran (mixed). Pecahan tergolong pecahan murni saat $|p| < |q|$, sedangkan pecahan tidak murni saat $|p| > |q|$, selanjutnya pecahan campuran adalah kombinasi dari bilangan cacah (whole number) dan pecahan.

Besaran bilangan asli dapat dengan mudah dan langsung dipahami dengan representasi simbolik dan hanya dapat diwakili oleh satu suku. Namun, bilangan rasional tidak mengikuti aturan yang sama (DeWolf & Vosniadou, dalam edisi ini; Merenluoto & Lehtinen, 2004; Ni & Zhou, 2005; Schneider & Siegler, 2010). Satu bilangan rasional yang sama dapat disajikan kedalam 3 representasi berbeda, misalnya $\frac{1}{2}$, 50%, dan 0,5. Dibanding bilangan desimal dan persen yang lebih umum ditemui dalam kehidupan sehari-hari, bilangan pecahan umumnya lebih sering diucapkan seperti seperempat jam, setengah kaleng, celana tujuh perdelapan, dan sebagainya (Revina, 2022). Namun, kecakapan terhadap konsep pecahan akan mengantarkan siswa pada pemahaman konsep bilangan persen dan desimal (Revina, 2022) maupun kemahirannya terhadap matematika di masa mendatang (Siegler et al., 2012; Bailey et al., 2012).

Perluasan pilihan representasi numerik merupakan perubahan mendasar dalam konsep bilangan, yang mungkin sulit untuk dilalui oleh siswa representasi dari sub-kostruksi bilangan rasional menurut (Parker dan Leinhardt, 1995).

Tabel 1. Representasi dari Sub-Konstruksi Bilangan Rasional

Sub-Konstruksi	Representasi
Sebagian-keseluruhan	5% sebagai representasi $5/100$ yaitu 5 bagian dari 100 bagian yang berasal dari kumpulan objek yang saama
Proporsi	
Ukuran	Misalnya, dalam kaitannya dengan masalah kuantitas persentase seperti '25 adalah 10% dari angka berapa?
Operator	perusahaan diarahkan untuk mengurangi personel di setiap departemen sebesar 10%.

3.1.2. Model Bilangan Rasional dalam Pembelajaran

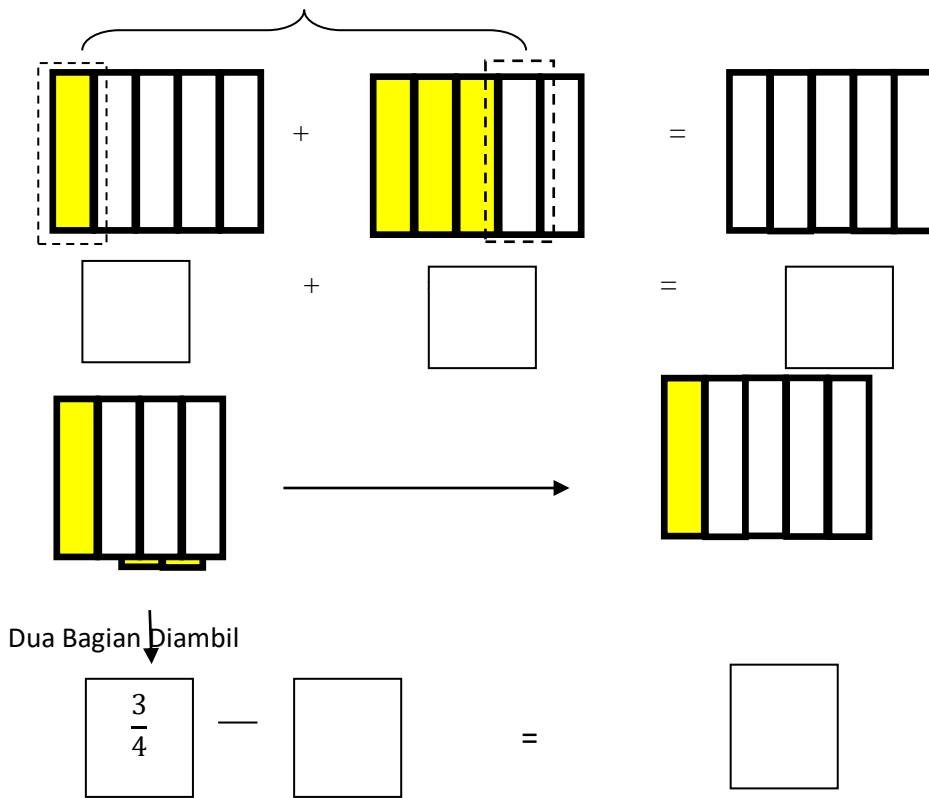
Konsep pecahan melibatkan situasi terkait pembagian dan pengukuran atau proporsi bilangan yang merujuk pada proporsi bagian dari keseluruhan (*part-whole*) (Revina, 2022). Dalam konsep *part-whole*, pecahan diinterpretasikan sebagai perbandingan 2 bilangan: bilangan yang menyatakan

banyaknya bagian (yang setara) dalam keseluruhan (*whole*) serta bilangan yang menyatakan banyaknya bagian yang diambil dari keseluruhan tersebut (Kieren, 1976; Wilkins & Norton, 2018).

Terdapat tiga jenis model yang sering digunakan dalam pecahan yaitu garis bilangan (atau model batang), luas (atau diagram lingkaran), dan sekelompok objek (Petit et al., 2016). Secara spesifik Ford (1938) memberikan gagasan untuk merepresentasikannya dalam bentuk lingkaran. Yang mana kemudian lingkaran memang umum digunakan untuk mendeskripsikan konsep *part-whole*.

Penjumlahan pada Pecahan, Desimal, dan Persen

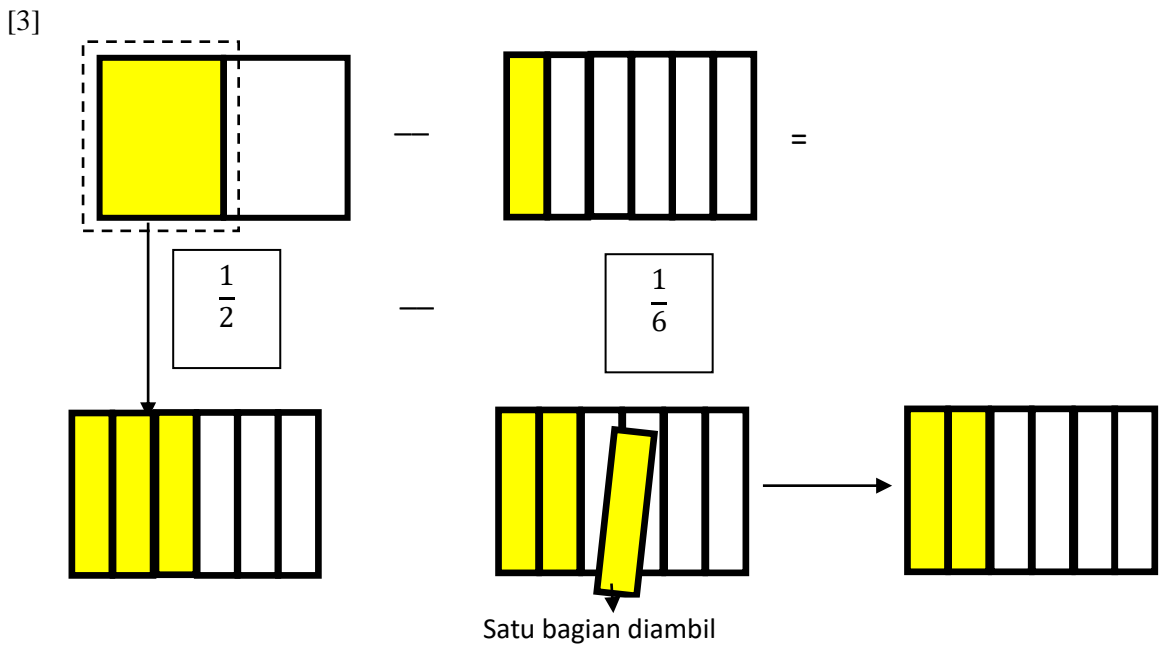
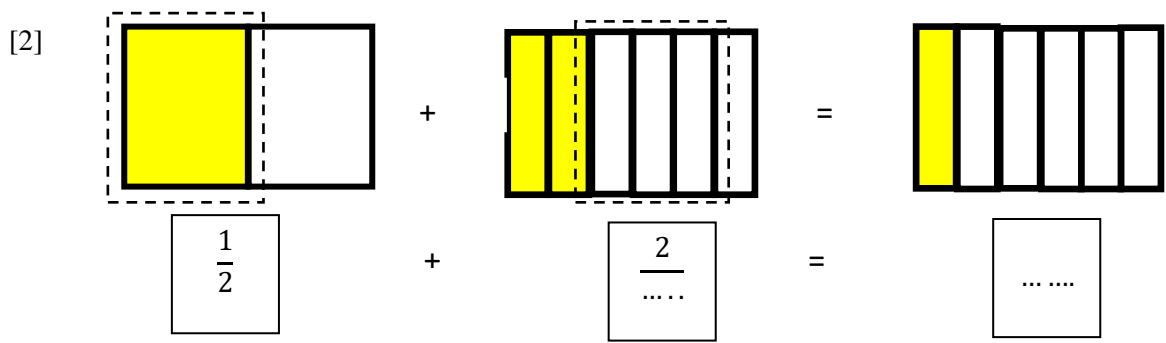
[1] Perhatikan gambar di bawah ini, kemudian lengkapi titik-titik dengan jawaban yang tepat!



Ide pada permasalahan 1 dan 2 dapat diterapkan untuk penjumlahan dua bilangan pecahan yang memiliki penyebut sama. Sehingga, jika diberikan dua bilangan pecahan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{b}$, maka :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

Bagaimana jika menjumlahkan dua bilangan pecahan yang memiliki penyebut berbeda? Perhatikan ilustrasi berikut.



Dari permasalahan 3 dan 4 disimpulkan, jika ada dua pecahan dengan penyebut berbeda dijumlahkan maka carilah kelipatan persekutuan terkecil (KPK) penyebutnya. Sehingga, jika diberikan dua bilangan pecahan $\frac{a}{b}$ dan $\frac{e}{f}$, maka :

$$\frac{a}{b} + \frac{e}{f} = \frac{af + be}{bf}$$

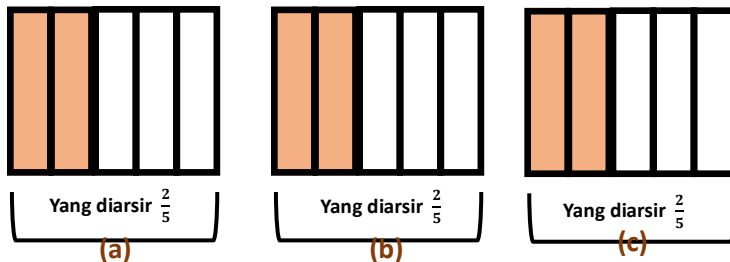
Perkalian dan Pembagian

Pada bagian ini kalian akan belajar bagaimana proses perkalian dan pembagian pecahan yang penting untuk kalian kuasai karena erat dengan kehidupan sehari-hari.

Perkalian bilangan bulat dengan pecahan, desimal, dan persen

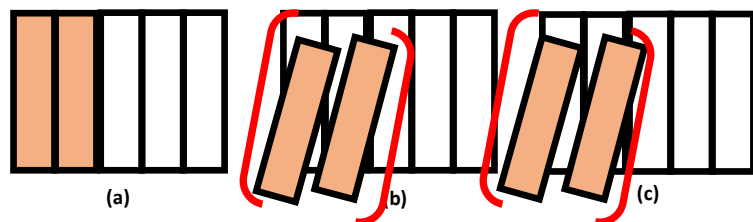
Ingat kembali bahwa **prinsip perkalian adalah penjumlahan berulang**. Perkalian bilangan bulat dengan pecahan, desimal, dan persen dapat dipandang sebagai penjumlahan berulang. Jika diberikan permasalahan $3 \times \frac{2}{5}$, maka artinya **ada 3 yang bernilai $\frac{2}{5}$** .

[1] Buatlah balok pecahan $\frac{2}{5}$ sebanyak 3



Gambar disamping mengilustrasikan tiga bagian yang bernilai $\frac{2}{5}$.

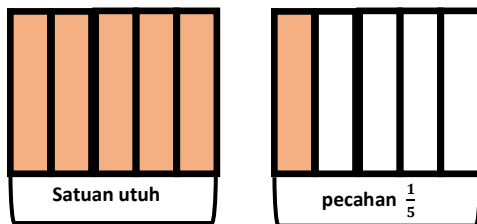
[2] Pindahkan bagian yang diarsir pada gambar (b) dan (c)



dua bagian diambil, keduanya pindah ke (a)

dua bagian diambil, satu pindah ke (a) dan satunya pindah ke (c)

[3] Hilangkan balok pecahan yang tidak memiliki satuan yang diarsir



Satu bagian balok utuh ditambah $\frac{1}{5}$ bagian balok pecahan lainnya, sehingga menjadi :

$$1 + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

[4] Atau secara matematis penjumlahan berulang dapat dapat ditulis :

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{2+2+2}{5} = \frac{6}{5}$$

ATAU

$$3 \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Sehingga, jika diberikan bilangan bulat dan bilangan pecahan a dan $\frac{b}{c}$, maka :

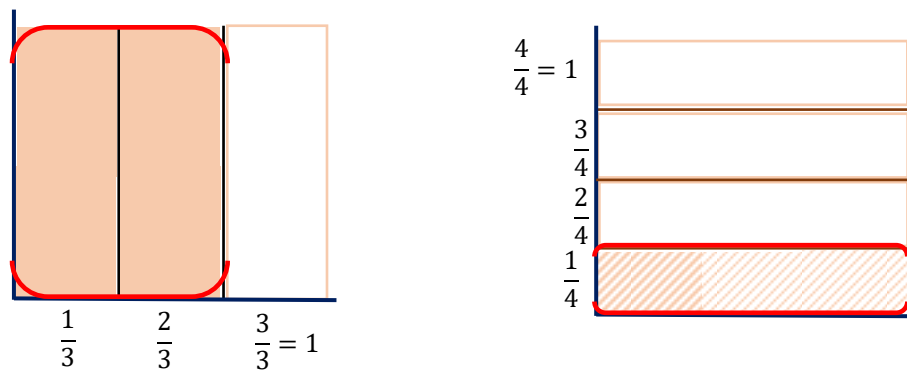
$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$$

Perkalian Pecahan dengan Pecahan, desimal, dan persen

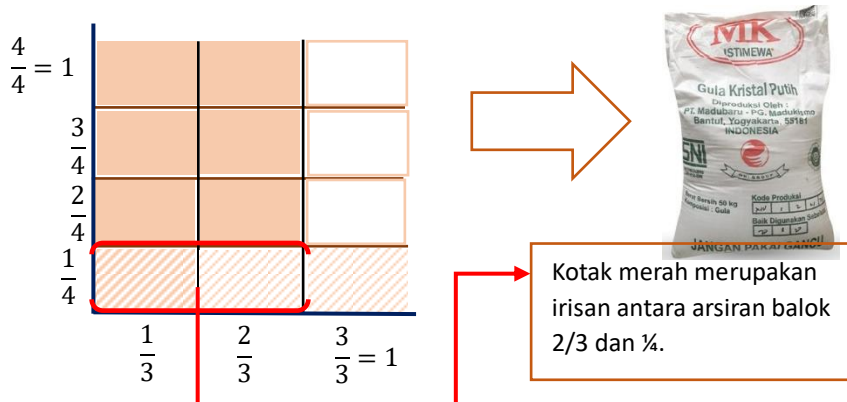
Bagaimana perkalian dua buah pecahan? Kalian dapat memahami ilustrasi berikut :
Setiap bulan Toko sembako Murah Meriah membeli 1 karung (50 kg) gula di Pabrik Gula Madukismo, Bantul, Yogyakarta untuk dijual secara dalam kemasan $\frac{1}{2}$ kg dan $\frac{1}{4}$ kg. Jika $\frac{2}{3}$ karung dibungkus dalam plastik kemasan $\frac{1}{2}$ kg dan sisanya untuk kemasan $\frac{1}{4}$ kg. Berapa banyak kantong plastik satuan $\frac{1}{2}$ kg?

Untuk menyelesaikan kasus tersebut maka berikut ilustrasi nya:

- [1] Gambarkan balok pecahan dari $\frac{2}{3}$ dan balok pecahan $\frac{1}{4}$



- [2] Jika balok pecahan $\frac{2}{3}$ dan $\frac{1}{4}$ kita jadikan satu maka akan menghasilkan petak-petak kecil dan irisan antara arsiran balok $\frac{2}{3}$ dan $\frac{1}{4}$. bagian akan dibungkus dalam kemasan $\frac{1}{4}$ kg.



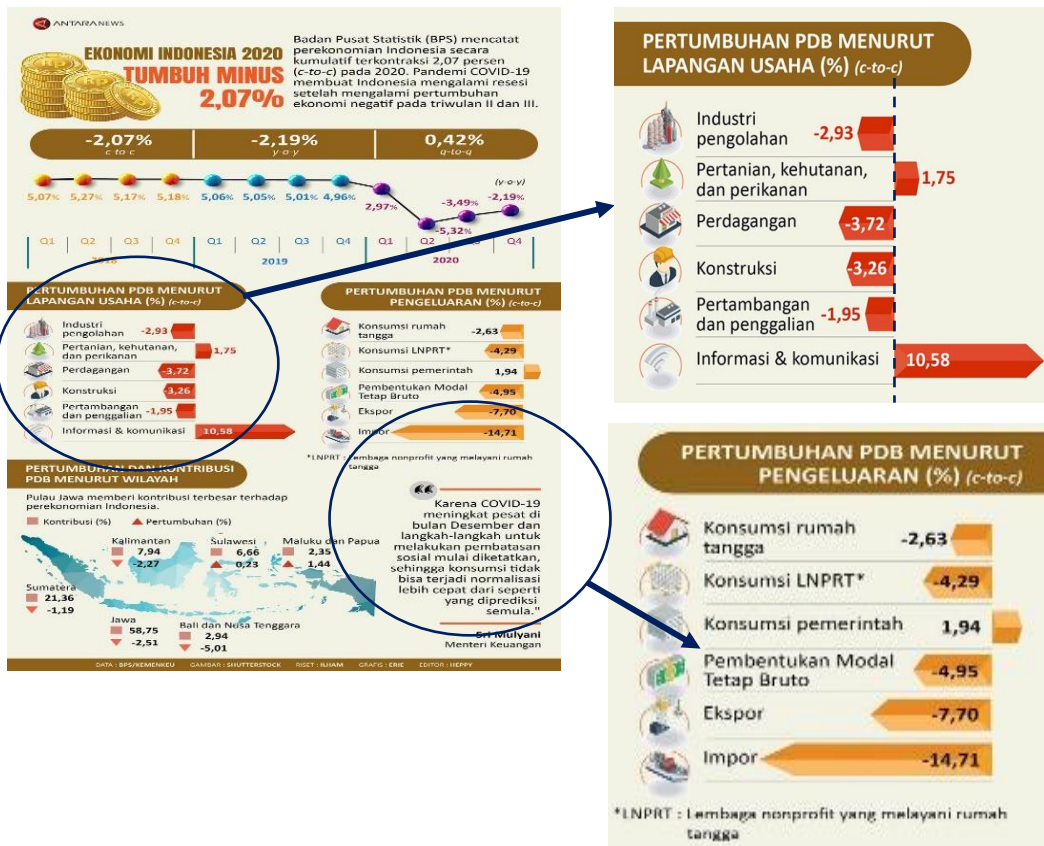
- [3] Setiap petak mewakili $\frac{1}{12}$. Berdasarkan gambar nomor [2] dapat dilihat bahwa antara arsiran balok $\frac{2}{3}$ dan $\frac{1}{4}$ berjumlah 2 petak dari keseluruhan 12 petak. Dengan demikian nilai $\frac{2}{3}$ dari $\frac{1}{4}$ yaitu $\frac{2}{12}$.

- [4] Secara matematis $\frac{2}{3}$ dari $\frac{1}{4}$ dapat ditulis $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$

3.2. Contoh Desain Aktivitas Pembelajaran Bilangan Rasional Bermuatan Literasi Finansial

1. Aktivitas Pertumbuhan Domestic Bruto (PDB)

Informasi grafis berikut merupakan Pertumbuhan Domestic Bruto (PDB) Indonesia triwulan (atau setiap tiga bulan) sepanjang 2020 – 2022. Angka PDB menunjukkan nilai **atas produk barang atau jasa yang dihasilkan pada suatu wilayah**. Nilai PDB dipengaruhi oleh beberapa factor, antara lain investasi, konsumsi dalam rumah tangga di wilayah tersebut, pengeluaran pemerintah, dan nilai netto ekspor. Menurunnya angka PDB dapat menyebabkan terjadinya resesi ekonomi, sebuah keadaan menurunnya daya beli masyarakat yang berimbas pada penurunan pendapatan perusahaan dan mengancam arus kas.



Kembali kita menemukan tanda positif dan negative pada pertumbuhan sektor PDB menurut lapangan usaha dan pengeluaran. Misalnya, pada sector industri pengolahan mengalami penurunan sebesar -2,93, sementara pada sector konsumsi pemerintah mengalami kenaikan sebesar 1,94.

Melalui aktivitas berikut, kalian akan diajak untuk memahami maksud dari angka-angka pada setiap sector yang disajikan pada informasi PDB. Bagaimana kita mengartikan tanda positif dan negative tersebut? Sektor apakah yang mengalami penurunan terbesar? Bersama teman kelompokmu, diskusikanlah untuk dapat memahami makna dari tanda positif dan negative.

1

Mengelompokkan berdasarkan tanda positif dan negatif

Berdasarkan gambar sebelumnya, kalian kelompokkan data PDB menurut lapangan usaha dan PDB berdasarkan pengeluaran pada tabel berikut.

Pertumbuhan PDB berdasarkan lapangan usaha		Pertumbuhan PDB berdasarkan pengeluaran	
Tanda positif	Tanda negatif	Tanda positif	Tanda negatif

2

Membuat urutan nilai terkecil sampai terbesar

Berdasarkan pengelompokan pada nomor 1, coba kalian urutkan tanda positif dan negative dari yang terkecil sampai terbesar.

Pertumbuhan PDB berdasarkan lapangan usaha	Tanda positif	
	Tanda negatif	
Pertumbuhan PDB berdasarkan pengeluaran	Tanda positif	
	Tanda negatif	

2

Gambarlah menggunakan garis bilangan

Sekarang, gambarkanlah nilai-nilai pada nomor 2 pada garis bilangan. Pasti kalian bisa menggambarannya.

Garis bilangan untuk Pertumbuhan PDB berdasarkan lapangan usaha

Garis bilangan untuk Pertumbuhan PDB berdasarkan pengeluaran

3

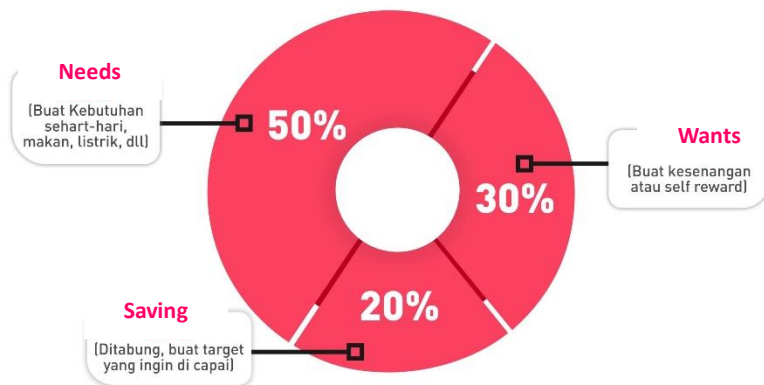
Simpulkan sektor apakah yang mengalami penurunan terbesar

Pada gambar diatas pada setiap PDB ada Menurut kalian, sektor manakah yang mengalami penurunan terbesar?

2. Aktivitas Menghitung Uang Jajan Bulanan

Membuat pilihan cerdas dengan uang Kalian adalah langkah pertama untuk menjadi sehat secara finansial. Mengelola keuangan tidak hanya dilakukan oleh orang dewasa, dengan kalian membiasakan mengelola uang saku kalian sejak SMP, akan bermanfaat ketika sudah dewasa.

ALOKASI BULANAN 50-30-20






Tiga alokasi utama yang harus diperhatikan saat melakukan pengelolaan keuangan yaitu **wants, saving, needs**. Seperti pada gambar, **wants** merupakan alokasi untuk kalian dapat membelanjakan uang untuk keinginan, seperti jajan, nonton

bioskop, hobi, dan lain-lain. Alokasi **Saving** merupakan jenis pengeluaran yang digunakan untuk kebutuhan yang besar dan bersifat jangka panjang. Sehingga kalian harus menabung terlebih dahulu untuk mendapatkannya, seperti misalnya membeli sepeda, handphone, kamera, dll.

Sementara **need** merupakan alokasi dana untuk keperluan yang pasti, seperti kebutuhan alat-alat sekolah, membeli pulsa, asuransi, kegiatan sosial, serta kebutuhan lainnya.

Pada gambar Rumus Alokasi uang bulanan kita melihat nilai persen yang berbeda. Tentunya kalian sudah dapat menggunakan pengetahuan tentang perhitungan persen untuk melengkapi tabel Alokasi Uang Jajan Bulananmu. Pada kegiatan kali ini, lengkapi tabel berikut sesuai dengan uang jajan yang kalian dapatkan.

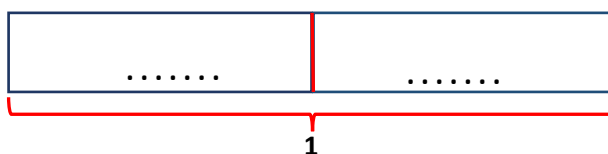
Alokasi Uang Jajan Bulananmu		
Alokasi	Persen Alokasi	800.000
Needs 	50%	...
Wants 	30%	...
Saving 	20%	...

Untuk mengisi titik-titik tabel di atas, ikutilah langkah-langkah berikut.

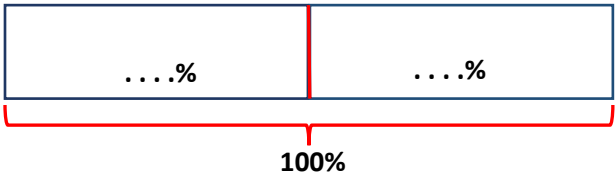
1 Jika Rp. 800.000,00 senilai satu kotak biru, maka berapakah nilai dari setengah kotak biru?



2 Nyatakanlah isian pada no 1 dalam bentuk pecahan



3 Ubahlah bentuk pecahan kedalam bentuk persen? Isilah diagram bar seperti di atas dalam bentuk persen.



4 Tuliskan rumus cara mencari persen jika diketahui nilai seperti langkah sebelumnya.

5 Sekarang, kalian dapat melengkapi tabel Alokasi Uang Jajan Bulanan.

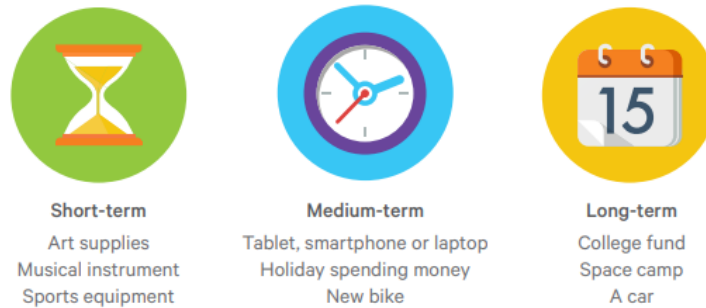
Pada kolom paling kanan, isilah dengan total uang jajanmu yang diberikan oleh Kedua orang tua dalam satu bulan. Jika diberikan perhari, dapat kalian kalikan dengan banyaknya hari dalam satu bulan (bisa diambil rata-rata 25 atau 30 hari).

Alokasi Uang Jajan Bulananmu			
Alokasi	%	800.000	
Needs 	50
Wants 	30
Saving 	20

Isilah uang jajan bulananmu

3. Aktivitas Proyek : Alokasi Gaji Bulanan

Sangat penting untuk menyimpan uang untuk berjaga-jaga jika Kalian membutuhkannya untuk pengeluaran tak terduga seperti laptop rusak, tambahan tugas, atau hal lainnya. Selain simpanan untuk hal-hal yang tak terduga, menyimpan uang dapat digunakan untuk memenuhi kebutuhan atau rencana, seperti membeli sepeda, menonton film, atau *field trip*. Tujuan kita menabung atau menyimpan yang terbagi dalam tiga kategori yaitu jangka pendek, jangka menengah, dan jangka panjang.



Dengan menabung secara disiplin, kalian dapat mewujudkan tujuan-tujuan tersebut. Gambar di atas merupakan ilustrasi apa saja rencana yang termasuk dalam tujuan jangka pendek, menengah, dan panjang. Jika kalian sudah bekerja nanti, sangat menggoda untuk menghabiskan semua uang gaji segera setelah Kalian mendapatkannya. Akan tetapi, lebih baik jika Kalian menyimpan sebagian darinya dan memiliki rencana jangka pendek, menengah, maupun panjang. Langkah-langkah berikut untuk menyusun strategi bagaimana kalian dapat menyisihkan uang yang kalian miliki untuk mencapai tujuan.

Melalui aktivitas kali ini, mari kita belajar untuk mengelola keuangan kalian ketika sudah dewasa nanti.

1 Menentukan besar gaji yang (akan) kalian dapatkan

Upah Minimum Regional (UMR) di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) tahun 2022 sebesar Rp. 2.153.970,00. UMR adalah upah minimum yang bisa terdiri dari upah tanpa tunjangan atau upah pokok termasuk tunjangan tetap. Kalian dapat melingkari salah besaran gaji UMR dan tunjangan jika kalian telah bekerja nanti :

UMR	Tunjangan	Transport	Total
Rp. 2.153.970,00	Rp. 500.000, 00	(20 hari x Rp.25.000)	...
Rp. 2.153.970,00	Rp. 750.000, 00	(20 hari x Rp.15.000)	...

2 Menyusun rencana jangka pendek, menengah, dan panjang.

Pikirkan tentang tujuan tabungan jangka pendek (bulan ini), menengah (enam bulan lagi) dan panjang (tahun depan), dimana anggaran yang diperlukan tidak boleh lebih dari uang yang kalian miliki dalam setiap minggu atau setiap bulan. Tuliskan rencana kalian berikut.

Bulan ini (jangka pendek)	Enam bulan lagi (jangka menengah) <i>Misal : membeli sepeda seharga Rp.7.500.000,00</i>	Tahun depan (jangka panjang)

3 Mengetahui secara rinci persentase alokasi gaji bulanan

Untuk mewujudkannya, kalian terlebih dahulu mengelola gaji yang kalian peroleh. Berikut persentase alokasi kebutuhan bulanan menurut *"finplan"*. Untuk mengetahui berapa persentase masing-masing alokasi, isilah terlebih dahulu kotak-kotak kosong dengan cara kalian sendiri.

Rekomendasi Alokasi Gaji Bulananmu 👍

Alokasi	%	5 Juta	8 Juta	
 Kegiatan Sosial		250.000		500.000
 Dana Darurat		500.000	800.000	1.000.000
 Tabungan & Investasi		750.000	1.200.000	
 Biaya Hidup Sehari-hari		3.000.000		6.000.000
 Self Reward		500.000	800.000	1.000.000

4

Membuat alokasi gaji bulanan sendiri

Berdasarkan besaran gaji kalian dan persentase alokasi pada nomor 4. Selanjutnya, lengkapi tabel alokasi uang bulanan untuk kalian terapkan dalam pengelolaan keuangan kalian.

Alokasi	Persentase (berdasar no 4) (besar gaji yang dipilih no 2)
Kegiatan Sosial		
Dana sosial		
Tabungan Darurat		
Biaya hidup sehari-hari		
<i>Self Reward</i>		

4. Aktivitas Proyek : Pertumbuhan Domestic Bruto (PDB)



Start with essential question

Layaknya jual beli ▼ barang, dalam perdagangan harga saham kalian dapat mengalami untung dan rugi. Seperti pada gambar di samping yang merupakan informasi yang ada di BEI.

	Prev	Bid	Offer	High	Low	Last	Change
1 SRIL	362	366 56,382 lot	368 8,882 lot	378	358	368 ▲	6 1.66%
2 RIMO	153	152 115,897 lot	153 27,366 lot	154	149	152 ▼	-1 -0.65%
3 TRAM	252	234 35,985 lot	236 41,790 lot	260	230	236 ▼	-16 -6.35%
4 MYRX	127	125 11,485 lot	126 815 lot	127	124	126 ▼	-1 -0.79%
5 IKIP	232	214 6,705 lot	216 2,738 lot	234	212	216 ▼	-16 -6.90%
6 BUMI	208	200 181,382 lot	202 3,877 lot	210	199	202 ▼	-6 -2.88%

SRIL, RIMO, TRAM, MYRX, IKIP, BUMI merupakan nama-nama perusahaan yang menjual sahamnya di BEI. Tuliskan berwarna hijau yang disertai anak panah keatas berwarna hijau menandakan nilai harga saham mengalami kenaikan atau bernilai

positif. Sementara anak panah berwarna merah panah ke bawah menandakan nilai harga saham mengalami kenaikan atau bernilai negatif. (VR tentang suasana di BEI).